Lycée secondaire Metouia		Année scolaire : 2009-2010
	Devoir de synthèse N°1 Mathématiques	
Classe : $3^{ième}$ math	Durée : 2 heures	

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

<u>Exercice N°1 :</u> (1.5 pts)

Une seule réponse est correcte, indiquer la lettre correspondante à la réponse choisie dans chaque question

1- La fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - |x|}$ a pour domaine de définition $]-\infty; -1] \cup \{0\} \cup [1; +\infty[$

a) $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$ **b)** $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$ **c)** on ne peut pas parler de la limite de f en 0

2- Si f est une fonction continue et décroissante sur [1 ,4] tel que f ([1,4]) = [2 ,5] alors :

a) $f(1) = 2$ *et* $f(4) = 5$ **b)** $f(1) = 5$ *et* $f(4) = 2$ **c)** $2 < f(1) < 5$

3- Si f est une fonction continue sur [-1 ,3] et non monotone tels que $f(-1) = 2,5$ *et* $f(3) = -2,1$, alors l'équation $f(x) = 0$

a) n'admet pas de solution dans [-1 ;3] **b)** admet une unique solution dans [-1 ;3] **c)** admet au moins une solution dans [-1 ;3]

<u>Exercice N°1 :</u> (8 pts)

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x} & \text{si } x \in]-\infty ; 1[\\ f(x) = \sqrt{x^2+3} + ax & \text{si } x \in [1 ; +\infty[\end{cases}$ où a est un réel.

C_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé$(O; \vec{i} ; \vec{j})$.

I-/

1- Déterminer l'ensemble de définition de f.
2- Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ et $\lim_{x\to -\infty} f(x)$. interpréter graphiquement chacune des résultats.
3- Déterminer le réel a pour que f soit continue en 1.

II/- On prend dans la suite a = -3

1- Déterminer les intervalles sur les quelles f est continue.
2- a- Monter que pour tout $x \in [1 ; +\infty[$ on a $f(x) = x.\left(\sqrt{1 + \frac{3}{x^2}} - 3\right)$

b- En déduire: $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

3- a- Monter que pour tout $x \in [1 ; +\infty[$ on a : $f(x) + 2x = \dfrac{3}{x+\sqrt{x^2+3}}$.

b- En déduire: $\lim_{x\to +\infty}(f(x) + 2x)$.

<u>Exercice N°3 :</u> (6.5 pts)

Le plan est orienté dans le sens direct. Soient A, B, C et D quatre points d'un cercle (Γ) de centre O tels que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

E désigne le point d'intersection de (AB) et (CD) sont orthogonales. E désigne le point d'intersection de (AB) et (CD) et F est le milieu de [AD].

On suppose que $\left(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}}\right) \equiv \frac{13\pi}{3}\ [2\pi]$, AD = 5 et AB = 6.

1- a- Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})$.

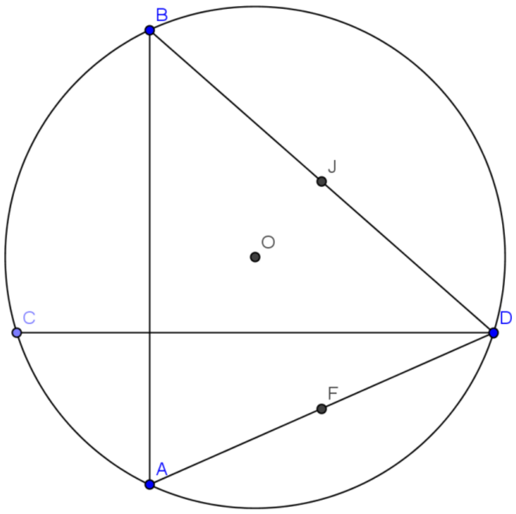
b- Calculer dét$(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})$.

c- Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB})$.

2- Monter que $\left(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CB}}\right)\ [2\pi]$.

3- Monter que $\left(\widehat{\overrightarrow{FD}, \overrightarrow{FE}}\right) \equiv 2\left(\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}}\right)\ [2\pi]$.

4- Monter alors que les droites (EF) et (CB) sont perpendiculaires.



<u>Exercice N°4 :</u> (4 pts)

Soit A et B deux points tels que AB = 3, I le barycentre des points pondérés (A ;1) et (B ; 2). C est le point de la perpendiculaire à la droite (AB) en I tels que IC = 2.

1- a- Montrer que : $CA^2 + 2CB^2 = 18$.

b- Soit l'ensemble $E = \{M \in P / \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} = 0\}$. Déterminer E.

2- Montrer que pour tout $M \in P$, on a : $MA^2 + 2MB^2 - 3MC^2 = 18 + 6\,\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{CI}$.

3- Soit l'ensemble $F = \{M \in P / MA^2 + 2MB^2 - 3MC^2 = 42\}$. Déterminer F.